

§ 3 Теорема Пифагора

45

В прямоугольном треугольнике a и b — катеты.

Найдите: а) b , если $a = 8, c = 12$; б) c , если $a = 4\sqrt{2}, b = 7$;

в) a , если $b = 3\sqrt{3}, c = 5\sqrt{3}$.

Решение. По теореме Пифагора $c^2 = a^2 + b^2$.

а) $b^2 = c^2 - a^2$, откуда $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{144 - 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

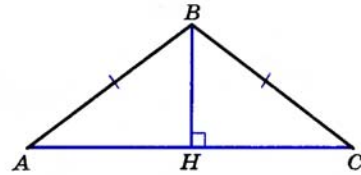
б) $c^2 = a^2 + b^2$, откуда $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{32 + 49} = \sqrt{81} = 9$

в) $a^2 = c^2 - b^2$, откуда $a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{75 - 27} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

О т в е т. а) $4\sqrt{5}$; б) 9 ; в) $4\sqrt{3}$

46

На рисунке в равнобедренном треугольнике ABC основание $AC = 16$ см, высота $BH = 6$ см. Найдите боковую сторону.



Решение.

1) Так как $\triangle ABC$ — равнобедренный с основанием AC , то $AB = BC$ и высота BH является медианой, значит, $AH = \frac{1}{2}AC = 8$ см.

2) Из прямоугольного треугольника ABH по теореме Пифагора находим: $AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$ см.

О т в е т. 10 см.

47

По гипотенузе $c = 14$ и катету $b = 7$ прямоугольного треугольника найдите высоту h , проведенную к гипотенузе.

Решение.

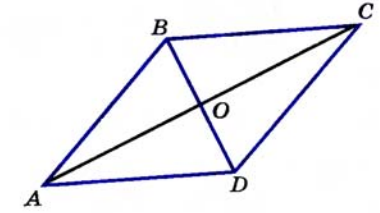
1) Пусть a — второй катет прямоугольного треугольника, тогда по теореме Пифагора $a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{196 - 49} = \sqrt{147} = 7\sqrt{3}$

2) Площадь S прямоугольного треугольника равна $\frac{1}{2}ab$, а с другой стороны, $S = \frac{1}{2}ch$, поэтому $a = \frac{c \cdot h}{b}$, откуда $h = \frac{ab}{c} = \frac{7\sqrt{3} \cdot 7}{14} = 7\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 3.5\sqrt{3}$

О т в е т. $3.5\sqrt{3}$

48

На рисунке диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O , $AB = 13$ см, $BD = 10$ см. Найдите AC и S_{ABCD} .



Решение.

1) Так как диагонали ромба взаимно перпендикулярны, то $BD \perp AC$ и $\triangle ABO$ — прямоугольный, причем гипотенуза $AB = 13$ см по условию, а катет $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$ см. По теореме Пифагора находим: $AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ см, $AC = 2AO = 2 \cdot 12 = 24$ см.

2) Площадь ромба можно вычислить по формуле $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD$ (задача 476 учебника), откуда $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 10 = 120$ см².

О т в е т. 24 см, 120 см².

49

Найдите меньшую высоту треугольника со сторонами 15, 20 и 25.

Решение.

Так как $25^2 = 20^2 + 15^2$ ($625 = 400 + 225$), то по теореме, обратной теореме Пифагора, данный треугольник — прямоугольный. Гипотенуза является наибольшей стороной этого треугольника, а высота h , проведенная к гипотенузе, удовлетворяет условию $h \cdot 25 = 15 \cdot 20$, то $h = \frac{15 \cdot 20}{25} = 12$

О т в е т. 12

50

Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, если $AB = 9$ см, $BC = 12$ см, $CD = 25$ см, $AD = 20$ см, $AC = 15$ см.

Решение.

1) Так как $15^2 = 12^2 + 9^2$ и $25^2 = 20^2 + 15^2$, то по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольники ABC и DAC — прямоугольные.

2) $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{DAC} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 15 = 54 + 150 = 204$ (см²).

О т в е т. 204 см².

