§ 2 Площади параллелограмма, треугольника и трапеции

33

Пусть a — основание, h — высота, S — площадь параллелограмма. Найдите:

а) S, если $a = 16$ см, $h = 9$ см;

б) a, если $h = 4{,}8$ см, $S = 48$ см^2;

в) h, если $a = 3{,}5$ дм, $S = 14$ дм^2.

Решение.

а) S = ________ · ________ = ______ см^2;

б) 48 см^2 = a · _____ см, откуда a = _____ см^2 : _____ см = _____ см;

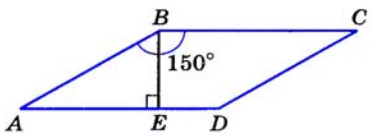
в) 14 дм^2 = 3,5 дм · h, откуда h = ________ : ________ = ______ дм.

Ответ. а) S = ______ см^2; б) a = ______ см; в) h = ______ дм.

34

На рисунке изображен параллелограмм $ABCD$ с высотой BE.

Найдите S_{ABCD}, если $AB = 13$ см, $AD = 16$ см, $\angle B = 150°$.



Решение.

1) $\angle A$ = _____° − 150° = _____°, так как сумма углов, ________ ____ , равна _____°.

2) $\triangle ABE$ — прямоугольный с острым углом A, равным _____ , поэтому BE = _____ = _____ см.

3) S_{ABCD} = ________ · ________ = _____ см^2.

Ответ. S_{ABCD} = _____ см^2.

35

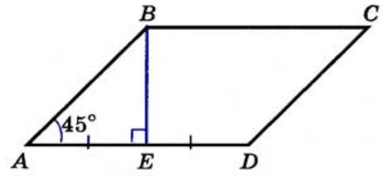
На рисунке изображен параллелограмм $ABCD$ с высотой BE. Найдите S_{ABCD}, если $AE = ED$, $BE = 3{,}2$ см, $\angle A = 45°$.

Решение.

1) $\triangle ABE$ — прямоугольный и $\angle A = 45°$, следовательно, $\angle B$ = = _____° и $\triangle ABE$ — ____________________________________ . Поэтому _____ = BE = 3,2 см.

2) Так как по условию $AE = ED$, то AD = 2 ______ = __________

3) S_{ABCD} = __________ · __________ = = __________



Ответ. S_{ABCD} = __________

36

Пусть a — основание, h — высота, S — площадь треугольника. Найдите:

а) S, если $a = 5{,}4$ см, $h = 6$ см;

б) h, если $a = 12$ см, $S = 42$ см^2;

в) a, если $h = 2{,}4$ дм, $S = 4{,}32$ дм^2.

Решение.

а) $S = \frac{1}{2} a \cdot h = \frac{1}{2}$ __________ · __________ = ______ см^2;

б) h = ______ : a = __________ : __________ = ______ см;

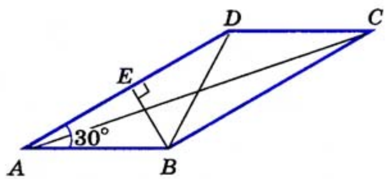
в) $a = 2S$: ______ = __________ : __________ = ______ дм.

Ответ.

а) S = ______ см^2; б) h = ______ см; в) a = ______ дм.

37

На рисунке смежные стороны параллелограмма $ABCD$, равные 6 см и 10 см, образуют угол в 30°. Найдите площадь треугольника ABC.



Решение.

1) Пусть $AB = 6$ см, $AD = 10$ см, $\angle A = 30°$. Так как диагональ параллелограмма делит его на два ______________________________ , то $\triangle ABC = \triangle$ ______ , и поэтому S_{ABC} = ______ = ______ S_{ABCD}.

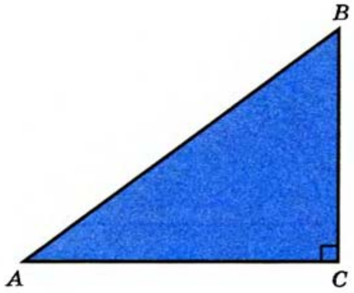
2) $S_{ABCD} = AD \cdot BE$, где BE — ______________ параллелограмма. Остается найти BE. $\triangle ABE$ — прямоугольный и $\angle A = 30°$, поэтому катет ______ , лежащий ______________________________ , равен ________________________________ , т. е. $BE = \frac{1}{2}$ ______ = ______ см,

S_{ABCD} = 10 см · ____ см = ____ см^2, а $S_{ABC} = \frac{1}{2}$ · __________ = ______ см^2.

Ответ. S_{ABC} = _____ см^2.

38

Площадь прямоугольного треугольника равна 96 см². Найдите катеты этого треугольника, если известно, что один из них составляет $\frac{3}{4}$ другого.



Р е ш е н и е.

Пусть в прямоугольном треугольнике ABC, изображенном на рисунке, $BC = \frac{3}{4}\,AC$.

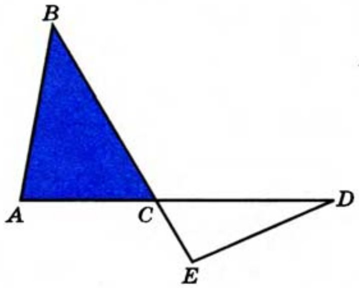
Так как площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов, то $S_{ABC} = \frac{1}{2}\underline{\qquad} \cdot \underline{\qquad} = \frac{1}{2}\underline{\qquad} \times \frac{3}{4}\underline{\qquad} = \underline{\qquad\quad}$

По условию $S_{ABC} = 96$ см², поэтому 96 см² = ________ , откуда $AC^2 =$ _____ см² и $AC =$ _____ см, а $BC =$ _____ см.

О т в е т. _____ см и _____ см.

39

На рисунке $AC = 8$ см, $BC = 12$ см, $CD = 10$ см, $CE = 4$ см, $S_{ABC} = 48$ см². Найдите S_{CDE}.



Р е ш е н и е.

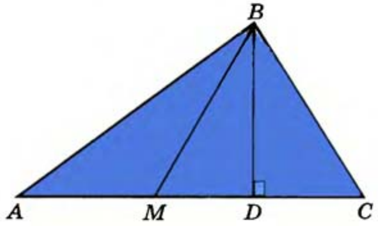
Треугольники ABC и CDE имеют по равному углу ($\angle ACB = \angle DCE$, так как эти углы вертикальные), поэтому по теореме об отношении площадей треугольников, имеющих по равному углу, получаем $S_{CDE} : S_{ABC} =$ = _____ см · _____ см : _____ см · _____ см = _____ , откуда $S_{CDE} =$ = _____ S_{ABC}. Так как по условию $S_{ABC} = 48$ см², то $S_{CDE} =$ _____ × × _____ см² = _____ см².

О т в е т. $S_{CDE} =$ _____ см².

40

На рисунке точка M делит сторону AC треугольника ABC в отношении $AM : MC = 2 : 3$. Площадь треугольника ABC равна 180 см². Найдите площадь треугольника ABM.

Р е ш е н и е.

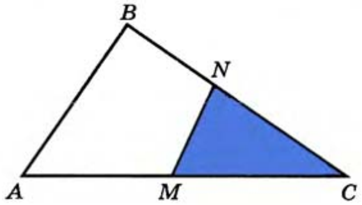


Треугольники ABM и ABC имеют общую высоту BD, поэтому их площади относятся как основания _____ и _____ . Так как по условию $AM : MC =$ $= 2 : 3$, то $AM : AC =$ _____ : _____ и $S_{ABM} : S_{ABC} =$ _____ : _____ , откуда $S_{ABM} =$ = _____ $S_{ABC} =$ _____ · 180 см² = _____ см².

О т в е т. _____ см².

41

На рисунке $CN = \frac{1}{2}AC$, $CM = \frac{2}{3}BC$, $S_{MNC} = 18$ см².



Найдите S_{ABC}.

Р е ш е н и е.

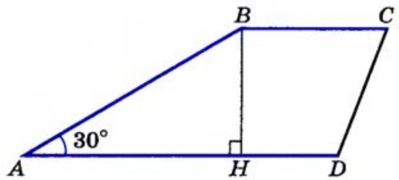
По теореме об отношении площадей треугольников, имеющих по равному углу, $S_{ABC} : S_{MNC} =$ ________ : ________

Так как по условию $CM = \frac{2}{3}BC$, $CN = \frac{1}{2}AC$ и $S_{MNC} = 18$ см², то $S_{ABC} = 18\text{ см}^2 \cdot \dfrac{AC \cdot BC}{\frac{2}{3}BC \cdot \frac{1}{2}AC} = 18\text{ см}^2 \cdot \underline{\qquad} = \underline{\qquad}$ см².

О т в е т. $S_{ABC} =$ _____ см².

42

В трапеции $ABCD$, изображенной на рисунке, $AB = 12$ см, $AD = 15$ см, $BC =$ $= 7$ см, $\angle A = 30°$. Найдите площадь S трапеции.



Р е ш е н и е.

Проведем высоту BH трапеции $ABCD$.

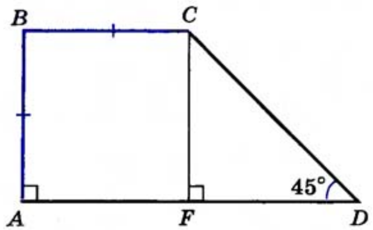
1) $\triangle ABH$ — прямоугольный, $\angle H = 90°$ по построению, $\angle A = 30°$ по условию, поэтому $BH = \frac{1}{2}\underline{\qquad} = \underline{\qquad}$ см.

2) $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(BC + \underline{\qquad}) \cdot \underline{\qquad} = \underline{\qquad\qquad\qquad}$ см² = _____ см².

О т в е т. _____ см².

43

В прямоугольной трапеции $ABCD$, изображенной на рисунке, $AB = BC = 9$ см, $\angle D = 45°$.



Найдите площадь трапеции.

Р е ш е н и е.

Проведем $CF \perp AD$.

1) $ABCF$ — квадрат, так как у прямоугольника $ABCF$ смежные стороны AB и ________________ , поэтому $AF = CF =$ _____ см.

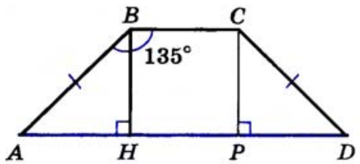
2) $\triangle CFD$ — прямоугольный, $\angle F = 90°$ по построению, $\angle D = 45°$ по условию, поэтому $\angle DCF =$ _____° и, следовательно, $\triangle CFD$ — ____________________ и $DF =$ _____ $=$ _____ см.

3) $AD = AF +$ _____ $=$ _____ см $+$ _____ см $=$ _____ см и $S_{ABCD} =$ ____________________ $=$ ____________________ $=$ _____ см^2.

О т в е т . _____ см^2.

44

В равнобедренной трапеции $ABCD$, изображенной на рисунке, BH — высота, $\angle B = 135°$, $AH = 2{,}8$ см, $HD = 6{,}8$ см.



Найдите площадь трапеции.

Р е ш е н и е.

Проведем $CP \perp AD$.

1) Так как трапеция $ABCD$ — равнобедренная, то $DP =$ _____ $=$ _____ см, поэтому $HP = HD -$ _____ $= 6{,}8$ см $-$ _____ см $=$ _____ см; $AD = AH +$ _____ $=$ _____ см $+$ _____ см $=$ _____ см.

2) Четырехугольник $HBCP$ — прямоугольник, поэтому $BC =$ ____ $=$ ____ см.

3) $\angle HBC = 90°$, а так как $\angle ABC = 135°$, то $\angle ABH = \angle ABC -$ _____ $=$ _____ . $\triangle ABH$ — прямоугольный ($\angle H = 90°$, $\angle B = 45°$) и ____________________________ , поэтому $BH =$ _____ $=$ _____ см.

4) $S_{ABCD} =$ ____________ $=$ ____________ см $\cdot$ _____ см $=$ _____ см^2.

О т в е т . _____ см^2.

§ 3 Теорема Пифагора

45

В прямоугольном треугольнике a и b — катеты.

Найдите: а) b, если $a = 8$, $c = 12$; б) c, если $a = 4\sqrt{2}$, $b = 7$;

в) a, если $b = 3\sqrt{3}$, $c = 5\sqrt{3}$.

Р е ш е н и е. По теореме Пифагора $c^2 = a^2 + b^2$.

а) $b^2 = c^2 - \_\_$, откуда $b = \sqrt{c^2 - \_\_} = \sqrt{144 - \_\_} = \sqrt{\_\_} =$ _____

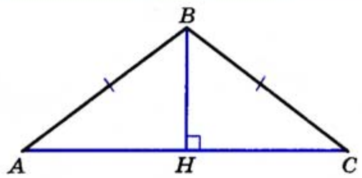
б) $c^2 = \_\_ + \_\_$, откуда $c = \sqrt{\_\_ + \_\_} = \sqrt{\_\_ + \_\_} = \sqrt{\_\_} =$ _____

в) $a^2 = c^2 - \_\_$, откуда $a = \sqrt{\_\_ - \_\_} = \sqrt{\_\_ - \_\_} =$ _____

О т в е т . а) _____ ; б) _____ ; в) _____

46

На рисунке в равнобедренном треугольнике ABC основание $AC = 16$ см, высота $BH = 6$ см. Найдите боковую сторону.



Р е ш е н и е.

1) Так как $\triangle ABC$ — равнобедренный с основанием AC, то $AB = BC$ и высота BH является ______________ , значит, $AH = \frac{1}{2}\_\_ = \_\_$ см.

2) Из прямоугольного треугольника ABH по теореме Пифагора находим: $AB = \sqrt{\_\_\_\_ + \_\_\_\_} = \sqrt{\_\_\_\_ + \_\_\_\_}$ см $=$ _____ см.

О т в е т . _____ см.

47

По гипотенузе $c = 14$ и катету $b = 7$ прямоугольного треугольника найдите высоту h, проведенную к гипотенузе.

Р е ш е н и е.

1) Пусть a — второй катет прямоугольного треугольника, тогда по теореме Пифагора $a = \sqrt{\_\_ - \_\_} = \sqrt{\_\_\_ - \_\_\_} = \sqrt{\_\_} =$ _________

2) Площадь S прямоугольного треугольника равна $\frac{1}{2}a\ \_\_$, а с другой стороны, $S = \frac{1}{2}c\ \_\_$, поэтому $a\ \_\_ = c\ \_\_$, откуда $h =$ ______________________________

О т в е т . __________